Análisis Funcional – Evaluación 4

1. Sea X un espacio normado y supongamos que hay n puntos $\{x_k : 1 \leqslant k \leqslant n\}$ y un número $r > 1$ tales que

$$B(0,r) \subset \bigcup_{k=1}^{n} B(x_k, 1)$$

   Prueba que X tiene dimensión finita.

2. Sea

$$A = \{x \in c_0 : x(2n) = 0 \ \ \forall n \in \mathbb{N}\}, \qquad B = \{x \in c_0 : x(2n-1) = nx(2n) \ \ \forall n \in \mathbb{N}\}$$

   Prueba que A y B son subespacios cerrados de c_0, que $A + B \neq c_0$ y que $A + B$ es denso en c_0.